

## Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις – Φυλλάδιο Ασκήσεων 2

Άσκηση 1. Να βρείτε τις γενικές λύσεις των εξισώσεων

$$\begin{aligned}3u_t + u_x - u &= 0 \\4u_t - 2u_x &= e^{x+3t} - 5u\end{aligned}$$

Άσκηση 2. Να λυθεί το ΠΑΤ

$$\begin{cases} (x^2 + t^2)u_t + 2xtu_x = 0 & \text{στο } U = \{t > x\} \\ u(x, t) = e^{\frac{t}{x-t}} & \text{στη } \Gamma = \{t + x = 1\} \end{cases}$$

Άσκηση 3. Να λυθεί το ΠΑΤ

$$\begin{cases} u_t + u_x = u^2 & \text{στο } \mathbb{R} \times (0, +\infty) \\ u(x, 0) = g \end{cases}$$

Άσκηση 4. Να λυθεί το ΠΑΤ

$$\begin{cases} -(x + 2tu)u_t + (t + 2xu)u_x = \frac{x^2 - t^2}{2}, & \text{στο } U = \{t > 0, x > 0\} \\ u = x, & \text{στη } \Gamma = \{t = 0, x > 0\} \end{cases}$$

Άσκηση 5. Να λυθεί το ΠΑΤ

$$\begin{cases} u_t + uu_x = 0, & \text{στο } \mathbb{R} \times (0, 1) \\ u(x, 0) = -x \end{cases}$$

Βρείτε τα σημεία όπου συναντιούνται οι χαρακτηριστικές.